

# 数 学 (90分)

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答用紙4枚すべての受験番号欄（各2箇所、合計8箇所）に受験番号を必ず記入しなさい。
3. 問題は全部で4問あり、2ページからなっています。落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. この問題用紙の余白は、下書きに使用してもよろしい。
5. 解答は、問題番号に対応する解答用紙の指定された場所に書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. 問題用紙と下書用紙は、持ち帰りなさい。

1 4次正方行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 7 & 3 \end{pmatrix}$  および、数ベクトル空間  $\mathbf{R}^4$  のベクトル

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ を考える。}$$

- (1) 連立1次方程式  $Ax = \mathbf{b}$  の解  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^4$  をすべて求めよ。
- (2) 行列  $A$  の階数を求めよ。また、 $\mathbf{R}^4$  の部分空間  $V = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^4 \mid Ax = \mathbf{0}\}$  の次元を求め、 $V$  の基底を1組求めよ。ただし、 $\mathbf{0}$  は  $\mathbf{R}^4$  の零ベクトルである。
- (3)  $\mathbf{R}^4$  の部分空間  $W = \{Ax \mid \mathbf{x} \in \mathbf{R}^4\}$  の基底を1組求めよ。

2 (1) 次の条件 (\*) を満たす実数の組  $(a_0, a_1, a_2, a_3)$  を1組求めよ。

$$(*) \begin{cases} \text{実数全体で定義された関数 } R(x) \text{ が存在し,} \\ \text{等式 } x \cos x = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + R(x) \text{ と } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{R(x)}{x^3} = 0 \text{ が成り立つ。} \end{cases}$$

(2) 広義積分

$$\int_1^{\infty} \left( \frac{4}{2x-1} - \frac{2x+1}{x^2+x+1} \right) dx$$

の値を求めよ。

3 (1) 不定積分  $\int xe^{-x^2} dx$  を求めよ。

(2)  $xy$  平面内の図形

$$D: 0 \leq y \leq x \leq 2$$

を考える。重積分  $\iint_D e^{-x^2} dx dy$  の値を求めよ。

4 未知の関数  $y(x)$  と  $z(x)$  ( $x > -1$ ) に対する連立常微分方程式

$$\begin{pmatrix} \frac{dy}{dx} \\ \frac{dz}{dx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1+x} & 2+x \\ 0 & \frac{1}{(1+x)(2+x)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} \quad (x > -1)$$

の、初期条件  $\begin{pmatrix} y(0) \\ z(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  を満たす解  $y(x), z(x)$  を求めよ。

(以上)