令和４年度（後期日程）
入学者選抜学力検査問題

数　　　学　（120 分）

〔注意事項〕

1. 監督者の指示があるまで，問題冊子（この冊子）を開いてはいけません。
2. **解答用紙には受験番号を記入する欄がそれぞれ２箇所ずつあります。監督者の指示に従って，すべての解答用紙（合計４枚）の受験番号記入欄（合計８箇所）に受験番号を記入しなさい。**
3. **解答は，問題番号に対応する解答用紙の指定された場所に書きなさい。解答を解答用紙の裏面に書いてはいけません。**
4. 問題は全部で４問あり，２ページにわたって印刷されています。落丁・乱丁および印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
5. 問題冊子の白紙と余白は，下書きなどに使用してもよろしい。
6. **解答用紙は，持ち帰ってはいけません。**
7. 問題冊子と下書用紙は，持ち帰りなさい。

問題 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ のそれぞれに対する配点率は同一である。

$\boxed{\mathbf{1}}$ 係数が実数である整式 $f(x)$ に対し，実数 k が方程式 $f(x)=0$ の重解であるとは，$f(x)$ が $(x-k)^2$ で割り切れることである。次の問いに答えよ。

(1) 係数が実数である整式 $f(x)$ と実数 k に対し，$f(k)=0$ かつ $f'(k)=0$ が成り立つことは，k が方程式 $f(x)=0$ の重解であるための必要十分条件であることを示せ。

(2) n を 2 以上の自然数とする。実数 k と実数 a に対し，k は n 次方程式 $x^n-ax+a=0$ の重解であるとする。このとき，k および a を求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ $0<x<3$ の範囲において，2 つの関数

$$f(x)=-(x+1)\log\left(\frac{x}{2}\right),\quad g(x)=(x+1)\log(3-x)$$

を考える。

(1) 不等式 $f(x)\leqq g(x)$ が成り立つような x のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) xy 平面上の曲線 $y=f(x)$ と曲線 $y=g(x)$ とで囲まれた図形の面積を求めよ。

（以下余白）　［後期］

3 z を 2 と異なる複素数とする。

(1) 複素数平面上で点 $\dfrac{z}{z-2}$ が虚軸上にあるように点 z が動くとき，点 z はどのような図形を描くか答えよ。

(2) 複素数平面上で点 $\dfrac{z}{z-2}$ が虚軸上にあるような z のうち，$(1-\sqrt{3}i)z$ の実部が最大となるようなものを α と表す。複素数 α および α^6 を求めよ。ただし，i は虚数単位である。

4 h を正の実数とする。xyz 空間内の四面体 PQRS を考える。△QRS は xy 平面に含まれるとし，頂点 P の座標は $(0, 0, 2h)$ であるとする。四面体 PQRS の 6 つの辺 RS, SQ, QR, PQ, PR, PS の中点をそれぞれ A, B, C, L, M, N とする。四面体 PQRS から 3 つの四面体 LQCB, MCRA, NBAS を取り除いてできる立体を V とする。また △QRS の面積を a とする。ただし，四面体は表面と内部からなるものとする。

(1) 実数 t は $0 \leqq t \leqq 2h$ を満たすとする。四面体 PQRS を平面 $z = t$ で切ったときの断面積を h, a, t を用いて表せ。

(2) 実数 t は $0 \leqq t \leqq h$ を満たすとする。V を平面 $z = t$ で切ったときの断面積を h, a, t を用いて表せ。

(3) (2) で求めた断面積を t の関数とみなして $f(t)$ と表す。定積分 $\displaystyle\int_0^h t\,f(t)\,dt$ を h と a を用いて表せ。

(問題終り)

(以下余白) ［後期］